Problemas

13/03/2012

Problema 1

Uma lebre e uma tartaruga competem em uma corrida em uma pista de 1,00 km de comprimento. A tartaruga arrasta-se em linha reta de maneira uniforme à velocidade escalar máxima de 0,200 m/s em direção à linha de chegada. A lebre corre à velocidade escalar máxima de 8,00 m/s em direção ao objetivo por 0,800 km e então pára para caçoar da tartaruga. Quanto a lebre pode deixar a tartaruga se aproximar da linha de chegada antes de continuar a corrida, empatando com a tartaruga em um final emparelhado, de acordo com fotos? Suponha que, quando em movimento, os dois animais deslocam-se uniformemente a suas velocidades escalares máximas respectivas.

Solução

Quando a lebre está parada caçoando da tartaruga, faltam 200 metros para que ela termine o trajeto. Ela consegue terminar esse restante da corrida em:

$$d_{\text{restante}} = v_{\text{lebre}} \cdot t_{\text{completar}} \quad \Rightarrow \quad 200 = 8,00 \cdot t_{\text{completar}} \quad \Rightarrow \quad t_{\text{completar}} = \frac{200}{8,00} = \boxed{25\,\text{s}}$$

A distância que a tartaruga consegue andar nesse tempo é:

$$d_{\text{tartaruga}} = v_{\text{tartaruga}} \cdot t_{\text{completar}} = 0,200 \cdot 25 = \boxed{5\,\text{m}}$$

Que é a resposta do problema pois, se a lebre voltar a correr quando a tartaruga estiver a 5 metros da linha de chegada, ambas vão levar 25 segundos para completar a corrida, ficando assim empatadas.

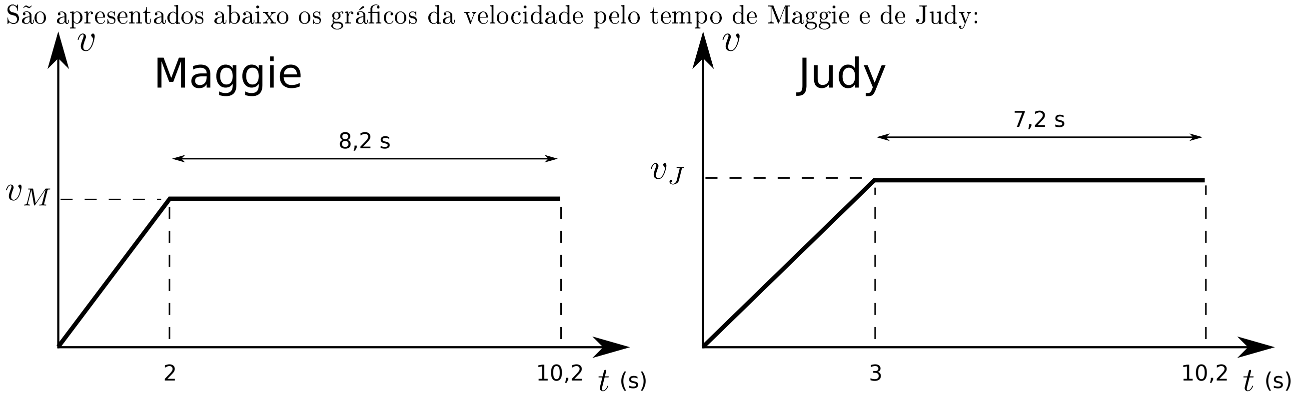
Problema 2

Batendo novos recordes mundiais em uma corrida de 100 m, Maggie e Judy passam pela linha de chegada empatadas, ambas levando 10,2 s. Acelerando uniformemente, Maggie levou 2,00 s e Judy 3,00 s para alcançarem suas velocidades escalares máximas, que mantiveram pelo restante da corrida. (a) Qual era a aceleração de cada corredora? (b) Quais foram suas velocidades escalares máximas? (c) Qual corredora estava na frente na marca dos 6,00 s e por qual distância?

Solução

Existem dois caminhos diferentes para resolver este exercício: integrar graficamente os gráficos de velocidade por tempo para obter a distância, ou obter as equações horárias de forma analítica e utilizá-las. O primeiro caminho, que será apresentado aqui, leva a uma solução com menos contas.

São apresentados abaixo os gráficos da velocidade pelo tempo de Maggie e de Judy:



A área do gráfico de velocidade por tempo equivale à distância percorrida. Para ambas as corredoras, essa distância é de 100 metros. A área de um trapézio é calculada de acordo com a fórmula:

$$\text{Área} = \frac{(\text{Base maior} + \text{base menor}) \cdot \text{altura}}{2}$$

Assim, para cada gráfico:

$$\frac{(10,2+8,2)\cdot v_M}{2} = 100 \quad \Rightarrow \quad v_M = \frac{200}{(10,2+8,2)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_M = 10,87\,\text{m/s}}$$

$$\frac{(10,2+7,2)\cdot v_J}{2} = 100 \quad \Rightarrow \quad v_J = \frac{200}{(10,2+7,2)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_J = 11,49\,\text{m/s}}$$

Que já são as respostas ao item (b).

Para obter a aceleração, basta lembrar que durante os 2 ou 3 segundos iniciais (de Maggie ou Judy, respectivamente), o movimento é uniformemente variado (aceleração constante), e portanto a aceleração pode ser calculada da mesma forma que a aceleração média:

$$a_M = \frac{v_M - 0}{2-0} = \frac{10,87}{2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{a_M = 5,43\,\text{m/s}^2}$$

$$a_J = \frac{v_J - 0}{3-0} = \frac{11,49}{3} \quad \Rightarrow \quad \boxed{a_J = 3,83\,\text{m/s}^2}$$

Que são as respostas ao item (a).

Para saber em qual ponto do trajeto elas estão após 6 segundos, calculamos a área dos trapézios, porém somente até o instante $t = 6\,\text{s}$:

$$d_M = \frac{(6+4)\cdot 10,87}{2} = 54,35\,\text{m}$$

$$d_J = \frac{(6+3)\cdot 11,49}{2} = 51,72\,\text{m}$$

Logo a resposta ao item (c) é que Maggie está na frente, com uma vantagem de $54,35 - 51,72 = \boxed{2,63\,\text{m}}$ sobre Judy.

Citações

Os problemas foram baseados em trechos do livro Princípios de Física, de Raymond A. Serway e John W. Jewett, Jr., sendo utilizados aqui somente para fins de estudo, crítica ou polêmica.