

Problemas

14/03/2012

Problema 1

Sue Veloz, viajando a 30,0 m/s, entra em um túnel de pista única. Ela então observa um furgão movendo-se lentamente 155 m à sua frente, a 5,00 m/s. Sue aplica seus freios, mas pode acelerar somente a $-2,00 \text{ m/s}^2$, pois a pista está molhada. Haverá uma colisão? Caso haja, determine a que distância dentro do túnel ela ocorre e em qual instante. Caso não haja, determine a distância da menor aproximação entre o carro de Sue e o furgão.

Solução

A partir do momento em que Sue começa a frear, as equações horárias x_S e x_F , de Sue e do furgão respectivamente, são:

$$x_S = x_{S_0} + v_{S_0}t + \frac{a_S t^2}{2} = 0 + 30t - \frac{2t^2}{2} \Rightarrow x_S = 30t - t^2$$

$$x_F = x_{F_0} + v_{F_0}t \Rightarrow x_F = 155 + 5t$$

Para que ocorra uma colisão, Sue e o furgão precisam estar no mesmo ponto ($x_S = x_F$) em um mesmo instante t :

$$x_S = x_F \Rightarrow 30t - t^2 = 155 + 5t$$

$$t^2 - 25t + 155 = 0$$

$$t = \frac{25 \pm \sqrt{25^2 - 4 \cdot 1 \cdot 155}}{2 \cdot 1} \Rightarrow t = t_1 = \boxed{11,4 \text{ s}} \quad \text{ou} \quad t = t_2 = 13,6 \text{ s}$$

O instante de interesse é o que ocorre primeiro, ou seja, o instante $t = t_1$, pois nele já existe uma colisão. A distância dentro do túnel pode ser obtida substituindo esse tempo t_1 em qualquer uma das equações horárias. Escolhemos x_F por ser mais fácil de calcular:

$$x_{F_{\text{colisão}}} = 155 + 5t_1 = 155 + 5 \cdot 11,4 = \boxed{212 \text{ m}}$$

Problema 2

Você dirige do Rio a São Paulo metade do tempo a 55 km/h e a outra metade a 90 km/h. Na volta, você viaja metade da distância a 55 km/h e a outra metade a 90 km/h. Qual é a velocidade escalar média (a) do Rio a São Paulo, (b) de São Paulo ao Rio e (c) na viagem inteira? (d) Qual é a velocidade média na viagem inteira?

Solução

(a)

Denominemos t o tempo total da viagem, e d a distância total. A velocidade escalar média é, por definição, dada por:

$$v_m = \frac{d}{t}$$

A distância percorrida na primeira metade do tempo é $55 \cdot \frac{t}{2}$, e na segunda metade do tempo é $90 \cdot \frac{t}{2}$. Logo d pode ser expresso como a soma dessas distâncias:

$$d = 55 \frac{t}{2} + 90 \frac{t}{2} = \left(\frac{55 + 90}{2} \right) \cdot t$$

Desta forma, pode ser calculada a velocidade escalar média:

$$v_m = \frac{d}{t} = \frac{\left(\frac{55+90}{2} \right) \cdot t}{t} = \frac{55 + 90}{2} = \boxed{72,5 \text{ km/h}}$$

Note que, neste caso, a velocidade escalar média é a média das velocidades.

(b)

Utilizamos as mesmas definições de d , t e v_m do item anterior. Entretanto, desta vez, o que é conhecido não é o tempo de cada parte do trajeto, mas sim a distância (sabe-se que a distância de cada parte é a metade da distância total, ou seja, $d/2$).

O tempo gasto na primeira metade do trajeto é $\frac{d/2}{55}$, e na segunda metade do trajeto é $\frac{d/2}{90}$. Logo t pode ser expresso como a soma desses tempos:

$$t = \frac{d/2}{55} + \frac{d/2}{90} = \frac{d}{2} \left(\frac{1}{55} + \frac{1}{90} \right)$$

Desta forma, pode ser calculada a velocidade escalar média:

$$v_m = \frac{d}{t} = \frac{d}{\frac{d}{2} \left(\frac{1}{55} + \frac{1}{90} \right)} = \frac{2}{\left(\frac{1}{55} + \frac{1}{90} \right)} = \boxed{68,3 \text{ km/h}}$$

Note que, neste caso, a velocidade escalar média **não** é a média das velocidades.

(c)

Neste caso, podemos utilizar a mesma técnica do item (b), porém trocando as velocidades de 55 km/h e 90 km/h pelas velocidades de 72,5 km/h e 68,3 km/h, que serão as velocidades médias em cada metade da distância total do percurso.

$$v_m = \frac{2}{\left(\frac{1}{72,5} + \frac{1}{68,3} \right)} = \boxed{70,3 \text{ km/h}}$$

(d)

A velocidade média é $\boxed{\text{zero}}$, pois o carro sai do Rio e volta ao Rio, ou seja, volta ao mesmo ponto de partida. Portanto, a diferença entre posição final e inicial é zero.

No caso da velocidade escalar média (item (c)), obteve-se um valor não-nulo pois considera-se a distância percorrida para o cálculo, e não a diferença entre posições final e inicial.

Citações

Os problemas foram baseados em trechos do livro Princípios de Física, de Raymond A. Serway e John W. Jewett, Jr., e do livro Fundamentos de Física, de David Halliday, Robert Resnick e Jearl Walker, sendo utilizados aqui somente para fins de estudo, crítica ou polêmica.