

Problemas

20/03/2012

Problema 1

Uma partícula se move no plano xy com aceleração constante. No tempo zero a partícula está em $x = 4\text{m}$ e $y = 3\text{m}$ e possui uma velocidade $\vec{v} = (2\text{m/s})\hat{i} + (-9\text{m/s})\hat{j}$. A aceleração é dada por $\vec{a} = (4\text{m/s}^2)\hat{i} + (3\text{m/s}^2)\hat{j}$.

(a) Determine a velocidade em $t = 2\text{s}$. (b) Determine a posição em $t = 4\text{s}$. Forneça o módulo, a direção e o sentido do vetor posição.

Solução

Podemos escrever as equações $v_x(t)$ e $v_y(t)$ para as componentes do vetor velocidade (\vec{v}) e as equações $x(t)$ e $y(t)$ para as componentes do vetor posição.

$$v_x = v_{x_0} + a_x t = 2 + 4t$$

$$v_y = v_{y_0} + a_y t = -9 + 3t$$

$$x = x_0 + v_{x_0} t + \frac{a_x t^2}{2} = 4 + 2t + 2t^2$$

$$y = y_0 + v_{y_0} t + \frac{a_y t^2}{2} = 3 - 9t + \frac{3}{2}t^2$$

(a)

Utilizando as equações da velocidade e substituindo $t = 2$, obtemos:

$$v_x = 2 + 4 \cdot 2 = 10$$

$$v_y = -9 + 3 \cdot 2 = -3$$

Em notação de versores, esse resultado pode ser representado como:

$$\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j}$$

$$\boxed{\vec{v} = (10\text{m/s})\hat{i} + (-3\text{m/s})\hat{j}}$$

(b)

Utilizando as equações da posição e substituindo $t = 4$, obtemos:

$$x = 4 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 4^2 = 44\text{m}$$

$$y = 3 - 9 \cdot 4 + \frac{3}{2} \cdot 4^2 = -9\text{m}$$

Em notação de versores, esse resultado pode ser representado como:

$$\vec{r} = x \hat{i} + y \hat{j}$$

$$\vec{r} = (44\text{m})\hat{i} + (-9\text{m})\hat{j}$$

O módulo do vetor é dado por:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(44)^2 + (-9)^2} = 44,9\text{m}$$

O vetor faz o seguinte ângulo com o eixo x:

$$r_{\theta x} = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) = \arctan\left(\frac{-9}{44}\right) = -11,6^\circ$$

NOTA

Tenha sempre cuidado ao usar arctan na sua calculadora, pois essa função não sabe distinguir entre ângulos no primeiro/quarto quadrantes e ângulos no terceiro/segundo quadrantes, já que o valor y/x perde a informação de quais componentes dentre x e y possuíam sinal positivo ou negativo. Por exemplo, se tanto x como y forem negativos, o ponto está no terceiro quadrante (faça um gráfico e observe), mas y/x é positivo, então a função arctan não tem como distinguir esse ponto de um ponto no qual tanto x como y sejam positivos (primeiro quadrante). Para sanar esse problema, em computadores muitas vezes está disponível uma função de arco-tangente capaz de receber y e x separadamente em vez de receber a razão y/x , por exemplo a função $\text{atan2}(y, x)$ na linguagem C.

Problema 2

Partindo do repouso em uma doca, um bote a motor é orientado para o norte e submetido a uma aceleração constante de 3m/s^2 durante 20s. Em seguida, o bote se vira para oeste com a velocidade que possuía no tempo de 20s e se move orientado para o oeste com essa velocidade constante por 10s. (a) Qual foi velocidade média do bote durante os 30s de seu percurso? (b) Qual foi a aceleração média do bote durante os 30s de seu percurso? (c) Qual é o deslocamento do bote desde a doca até o final do seu percurso?

Solução

Assuma um eixo y orientado para o norte, e um eixo x orientado para o leste.

Durante o movimento para o norte, que é um movimento uniformemente variado, o bote percorre a distância y_1 , saindo do ponto $(0, 0)$ e chegando ao ponto $(0, y_1)$, e atinge a velocidade v_{1y} , ambas calculadas abaixo:

$$y_1 = v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2} = 0 + \frac{3 \cdot 20^2}{2} = 600\text{m}$$

$$v_{1y} = v_{0y} + a_y t = 0 + 3 \cdot 20 = 60\text{m/s}$$

Durante o movimento para o oeste, que é um movimento uniforme, o bote percorre a distância $-x_2$, calculada abaixo, saindo do ponto $(0, y_1)$ e chegando ao ponto (x_2, y_1) .

$$x_2 = x_1 + v_{1x}t = 0 - 60t = -60 \cdot 10 = -600\text{m}$$

(a)

A velocidade média é dada por:

$$\vec{v}_{m_{0 \rightarrow 2}} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_0}{t_2 - t_0} = \frac{(-600\hat{i} + 600\hat{j}) - (0\hat{i} + 0\hat{j})}{30 - 0} = \frac{(-600\hat{i} + 600\hat{j})}{30} = (-20\hat{i} + 20\hat{j}) \text{ m/s}$$

(b)

A aceleração média é dada por:

$$\vec{a}_{m_{0 \rightarrow 2}} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_0}{t_2 - t_0} = \frac{(-60\hat{i} + 0\hat{j}) - (0\hat{i} + 0\hat{j})}{30 - 0} = \frac{(-60\hat{i})}{30} = (-2\hat{i}) \text{ m/s}^2$$

(c)

O deslocamento é dado por:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_0 = (-600\hat{i} + 600\hat{j}) - (0\hat{i} + 0\hat{j}) = \boxed{(-600\hat{i} + 600\hat{j}) \text{ m}}$$

Citações

Os problemas foram baseados em trechos do livro Física, volume 1, 5ª edição, de Tipler & Mosca, sendo utilizados aqui somente para fins de estudo, crítica ou polêmica.