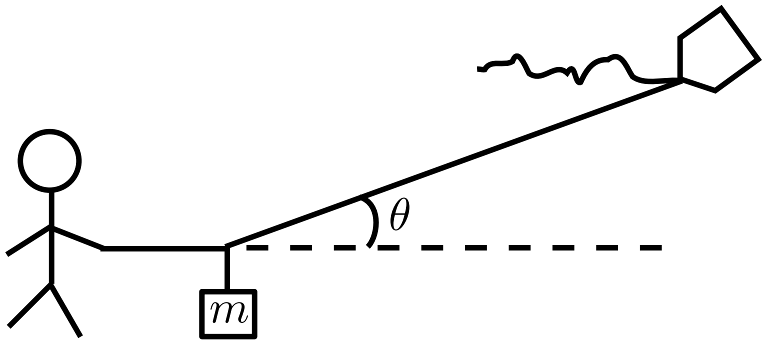
Problemas

28/03/2012

Problema 1

Você é juiz de um concurso de pipas de crianças, e duas crianças vão ganhar prêmios pelas pipas que puxam com a maior e com a menor força sobre suas linhas. Para medir as tensões das linhas, você utiliza alguns pesos e um transferidor, seguindo o seguinte protocolo: espere até a uma criança ter sua pipa bem controlada no céu, dependure o suporte de pesos na linha a uns 30 cm da mão da criança, coloque os pesos até que essa parte da linha esteja horizontal, anote a massa necessária (m), e meça o ângulo (θ) entre a horizontal e a linha indo até a pipa. (a) Encontre uma expressão para determinar a tensão sobre a linha dados m e θ. (b) Utilize a expressão para calcular a tensão no caso de $m = 132$g e $\theta = 46,3°$.



Solução

(a)

Perceba que só existem duas forças que possuem componente na vertical: a força $m\vec{g}$ dos pesos colocados no suporte e a força de tensão $\vec{T}$ sobre a linha que vai até a pipa. Decompondo as forças em sentidos opostos na vertical e igualando, para que o sistema fique em equilíbrio, temos:

$$mg = T \sin\theta$$

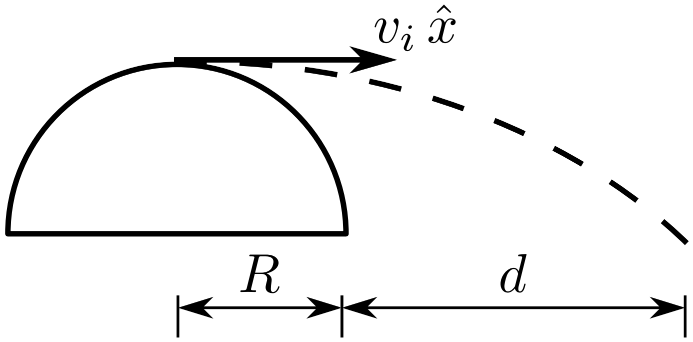
$$\boxed{T = \frac{mg}{\sin\theta}}$$

(b)

$$T = \frac{\left(132 \cdot 10^{-3}\right) \cdot (9,8)}{\sin\left(46,3°\right)} = \boxed{1,8\text{N}}$$

Problema 2

Uma pessoa parada no alto de um rochedo hemisférico de raio R chuta uma bola fornecendo-lhe uma velocidade horizontal $v_i\hat{x}$. (a) Qual tem de ser a velocidade escalar inicial mínima da bola para que ela nunca alcance o rochedo depois de chutada? (b) Com essa velocidade escalar inicial, a que distância d da base do rochedo a bola atinge o solo?



Solução

(a)

Considere o sistema de coordenadas no ponto central da base do rochedo. A equação $y_S\left(x\right)$ da superfície do rochedo é dada por:

$$y_S^2 + x^2 = R^2 \qquad \Rightarrow \qquad y_S = \sqrt{R^2 - x^2}$$

Determinemos agora a equação $y_T\left(x\right)$ da trajetória da bola. Para isso, primeiramente escrevemos as equações horárias:

$$y_T = R - \frac{gt^2}{2}$$

$$x = v_i t$$

Isolando t na segunda equação e substituindo na segunda, chegamos à equação da trajetória:

$$t = {}^{x}/_{v_i} \quad \Rightarrow \quad y_T = R - \frac{g}{2}\frac{x^2}{v_i^2}$$

Para que a bola não bata no rochedo, em todos os pontos da trajetória abaixo dos quais exista o rochedo ($\forall x:\ 0 < x < R$), é necessário que:

$$y_T > y_S \qquad \Rightarrow \qquad R - \frac{g}{2}\frac{x^2}{v_i^2} > \sqrt{R^2 - x^2}$$

$$\frac{g}{2}\frac{x^2}{v_i^2} < R - \sqrt{R^2 - x^2} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{1}{v_i^2} < \frac{2\left(R - \sqrt{R^2 - x^2}\right)}{gx^2}$$

$$v_i^2 > \frac{gx^2}{2\left(R - \sqrt{R^2 - x^2}\right)}$$

Vamos simplificar a expressão do lado direito da inequação:

$$\frac{gx^2}{2\left(R - \sqrt{R^2 - x^2}\right)} = \frac{gx^2\left(R + \sqrt{R^2 - x^2}\right)}{2\left(R - \sqrt{R^2 - x^2}\right)\left(R + \sqrt{R^2 - x^2}\right)} = \frac{g\left(R + \sqrt{R^2 - x^2}\right)x^2}{2\left[\left(R^2\right) - \left(R^2 - x^2\right)\right]} = \frac{g}{2}\left(R + \sqrt{R^2 - x^2}\right)$$

Substituindo de volta na inequação:

$$v_i^2 > \frac{g}{2}\left(R + \sqrt{R^2 - x^2}\right)$$

O maior valor que a expressão do lado direito da inequação assume, dentre todos os valores de x permitidos, ocorre quando $x = 0$:

$$v_i^2 > \frac{g}{2}\left(R + \sqrt{R^2 - 0}\right) \qquad \Rightarrow \qquad v_i^2 > \frac{g}{2}\left(2R\right)$$

$$\boxed{v_i > \sqrt{Rg}}$$

(b)

A bola atinge o solo quando $y_T = 0$:

$$y_T = R - \frac{g}{2}\frac{x^2}{v_i^2} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{g}{2}\frac{x^2}{v_i^2} = R \qquad \Rightarrow \qquad x^2 = \frac{2Rv_i^2}{g}$$

Substituindo $v_i = \sqrt{Rg}$:

$$x^2 = \frac{2R \cdot Rg}{g} = 2R^2 \qquad \Rightarrow \qquad x = R\sqrt{2}$$

Mas $x = R + d$:

$$d = x - R = R\sqrt{2} - R \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{d = \left(\sqrt{2} - 1\right) R}$$

Citações

Os problemas foram baseados em trechos do livro Princípios de Física, de Raymond A. Serway e John W. Jewett, Jr., sendo utilizados aqui somente para fins de estudo, crítica ou polêmica.