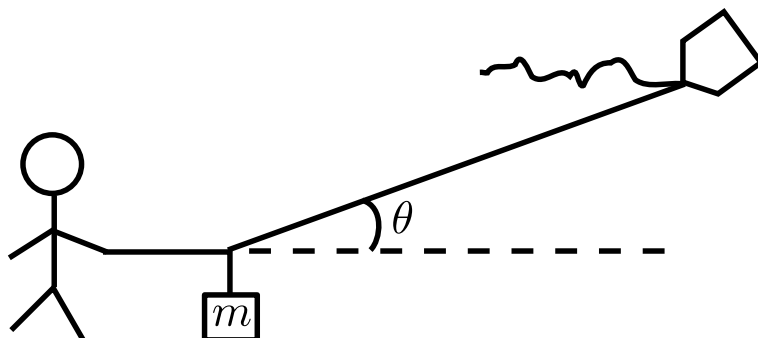


Problemas

28/03/2012

Problema 1

Você é juiz de um concurso de pipas de crianças, e duas crianças vão ganhar prêmios pelas pipas que puxam com a maior e com a menor força sobre suas linhas. Para medir as tensões das linhas, você utiliza alguns pesos e um transferidor, seguindo o seguinte protocolo: espere até a uma criança ter sua pipa bem controlada no céu, dependure o suporte de pesos na linha a uns 30 cm da mão da criança, coloque os pesos até que essa parte da linha esteja horizontal, anote a massa necessária (m), e meça o ângulo (θ) entre a horizontal e a linha indo até a pipa. (a) Encontre uma expressão para determinar a tensão sobre a linha dados m e θ . (b) Utilize a expressão para calcular a tensão no caso de $m = 132\text{g}$ e $\theta = 46,3^\circ$.



Solução

(a)

Perceba que só existem duas forças que possuem componente na vertical: a força $m\vec{g}$ dos pesos colocados no suporte e a força de tensão \vec{T} sobre a linha que vai até a pipa. Decompondo as forças em sentidos opostos na vertical e igualando, para que o sistema fique em equilíbrio, temos:

$$mg = T \sin \theta$$

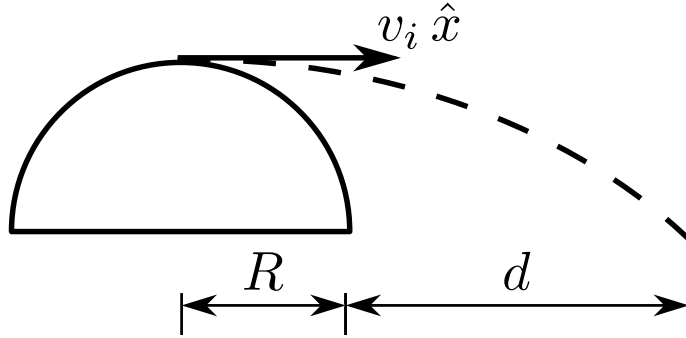
$$T = \frac{mg}{\sin \theta}$$

(b)

$$T = \frac{(132 \cdot 10^{-3}) \cdot (9,8)}{\sin(46,3^\circ)} = \boxed{1,8\text{N}}$$

Problema 2

Uma pessoa parada no alto de um rochedo hemisférico de raio R chuta uma bola fornecendo-lhe uma velocidade horizontal $v_i\hat{x}$. (a) Qual tem de ser a velocidade escalar inicial mínima da bola para que ela nunca alcance o rochedo depois de chutada? (b) Com essa velocidade escalar inicial, a que distância d da base do rochedo a bola atinge o solo?



Solução

(a)

Considere o sistema de coordenadas no ponto central da base do rochedo. A equação $y_S(x)$ da superfície do rochedo é dada por:

$$y_S^2 + x^2 = R^2 \quad \Rightarrow \quad y_S = \sqrt{R^2 - x^2}$$

Determinemos agora a equação $y_T(x)$ da trajetória da bola. Para isso, primeiramente escrevemos as equações horárias:

$$y_T = R - \frac{gt^2}{2}$$

$$x = v_i t$$

Isolando t na segunda equação e substituindo na segunda, chegamos à equação da trajetória:

$$t = x/v_i \quad \Rightarrow \quad y_T = R - \frac{g x^2}{2 v_i^2}$$

Para que a bola não bata no rochedo, em todos os pontos da trajetória abaixo dos quais exista o rochedo ($\forall x : 0 < x < R$), é necessário que:

$$\begin{aligned} y_T > y_S &\quad \Rightarrow \quad R - \frac{g x^2}{2 v_i^2} > \sqrt{R^2 - x^2} \\ \frac{g x^2}{2 v_i^2} < R - \sqrt{R^2 - x^2} &\quad \Rightarrow \quad \frac{1}{v_i^2} < \frac{2(R - \sqrt{R^2 - x^2})}{g x^2} \\ v_i^2 > \frac{g x^2}{2(R - \sqrt{R^2 - x^2})} \end{aligned}$$

Vamos simplificar a expressão do lado direito da inequação:

$$\frac{g x^2}{2(R - \sqrt{R^2 - x^2})} = \frac{g x^2 (R + \sqrt{R^2 - x^2})}{2(R - \sqrt{R^2 - x^2})(R + \sqrt{R^2 - x^2})} = \frac{g(R + \sqrt{R^2 - x^2}) x^2}{2[(R^2) - (R^2 - x^2)]} = \frac{g}{2} (R + \sqrt{R^2 - x^2})$$

Substituindo de volta na inequação:

$$v_i^2 > \frac{g}{2} (R + \sqrt{R^2 - x^2})$$

O maior valor que a expressão do lado direito da inequação assume, dentre todos os valores de x permitidos, ocorre quando $x = 0$:

$$v_i^2 > \frac{g}{2} (R + \sqrt{R^2 - 0}) \quad \Rightarrow \quad v_i^2 > \frac{g}{2} (2R)$$

$$\boxed{v_i > \sqrt{Rg}}$$

(b)

A bola atinge o solo quando $y_T = 0$:

$$y_T = R - \frac{g x^2}{2 v_i^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{g x^2}{2 v_i^2} = R \quad \Rightarrow \quad x^2 = \frac{2Rv_i^2}{g}$$

Substituindo $v_i = \sqrt{Rg}$:

$$x^2 = \frac{2R \cdot Rg}{g} = 2R^2 \quad \Rightarrow \quad x = R\sqrt{2}$$

Mas $x = R + d$:

$$d = x - R = R\sqrt{2} - R \quad \Rightarrow \quad \boxed{d = (\sqrt{2} - 1) R}$$

Citações

Os problemas foram baseados em trechos do livro Princípios de Física, de Raymond A. Serway e John W. Jewett, Jr., sendo utilizados aqui somente para fins de estudo, crítica ou polêmica.