

Problemas

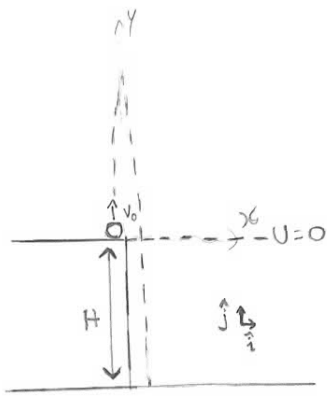
Problemas retirados do Tipler & Mosca 5ª Edição: Física volume 1

Monitoria: Terça 08/05

53) Um canhão posicionado no topo de um penhasco de altura H dispara sua munição ao ar com uma velocidade inicial v_0 , lançando-a diretamente para cima. A munição sobe e desce quase atingindo o canhão e continua caindo em direção à base do penhasco. Desprezando a resistência do ar, calcule a velocidade $\vec{v}(t)$ para qualquer tempo durante o período em que a munição está no ar, e mostre explicitamente que a integral de $\vec{F} \cdot \vec{v}$ ao longo do tempo em que a munição está no ar é igual à variação de sua energia cinética.

56) A água que cai das cataratas Vitória, cuja altura é de 128m, flui a uma taxa média de $1,4 \times 10^6$ kg/s. Se a metade da energia potencial dessa água fosse convertida em energia elétrica, qual será a potência produzida por essa catarata?

53)



Trata-se de um MUV onde a aceleração é a gravitacional:

$$v(t) = v_0 - gt$$

Em notação vetorial:

$$\vec{v}(t) = (v_0 - gt) \hat{j}$$

A força que atua sobre a munição é o peso:

$$\vec{F} = m\vec{g} = -mg\hat{j}$$

Portanto:

$$\vec{F} \cdot \vec{v} = -mg(v_0 - gt) \hat{j} \cdot \hat{j} = -mgv_0 + mg^2 t$$

$$\int_0^t \vec{F} \cdot \vec{v} dt' = -\int_0^t mgv_0 dt' + \int_0^t mg^2 t' dt' = -mgv_0 t + mg^2 \frac{t^2}{2} \quad (1)$$

Agora, da conservação de energia:

$$k_i + U_i = k_f + U_f \Leftrightarrow k_f - k_i = U_i - U_f \Leftrightarrow \Delta K = U_i - U_f$$

Escolhendo $U=0$ no topo do penhasco, temos $U_i=0$.

$$U_f = mgy = mg(v_0 t - \frac{gt^2}{2})$$

$$\text{Assim: } \Delta K = U_i - U_f = -mg(v_0 t - \frac{gt^2}{2}) = -mgv_0 t + mg^2 \frac{t^2}{2} \quad (2)$$

Comparando as expressões (1) e (2):

$$\int_0^t \vec{F} \cdot \vec{v} dt' = \Delta K$$

56) Metade da energia potencial é convertida em energia elétrica:

$$E_{el} = \frac{1}{2} \Delta U$$

A potência elétrica é dada por:

$$P_{el} = \frac{E_{el}}{\Delta t} = \frac{1}{2} \frac{\Delta U}{\Delta t}$$

A variação de energia potencial é:

$$\Delta U = mg \Delta h$$

Logo:

$$P_{el} = \frac{1}{2} \frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{1}{2} \left(\frac{m}{\Delta t} \right) g \Delta h$$

Substituindo os dados do problema:

$$P_{el} = \frac{1}{2} (1,4 \cdot 10^6) \cdot 9,8 \cdot 128 \Rightarrow P_{el} = 8,78 \cdot 10^8 \text{ W}$$